પ્રકરણ 5

વર્ગ અને વર્ગમૂળ

Prepared By :- Mahesh Sir

❑ સંખ્યાઓના વર્ગ

સંખ્યા	વર્ગ
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100

સંખ્યા	વર્ગ
11	121
12	144
13	169
14	196
15	225
16	256
17	289
18	324
19	361
20	400

સંખ્યા	વર્ગ
21	441
22	484
23	529
24	576
25	625
30	900
35	1225
40	1600
45	2025
50	2500

આવી 1, 4, 9, 16, 25, ... વગેરે સંખ્યાઓને **વર્ગ સંખ્યા (Squar.. Number)** તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

આવી સંખ્યાઓને **પૂર્ણવર્ગ (Perfect Square) સંખ્યાઓ** પણ કહે છે.

❑ પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓનો એકમનો અંક

બધી જ વર્ગ સંખ્યાઓનો એકમનો અંક 0, 1, 4, 5, 6 અથવા 9 છે.

એકપણ વર્ગ સંખ્યાનો એકમનો અંક 2, 3, 7 અથવા 8 પૈકી કોઈ નથી.

દરેક પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓનો એકમનો અંક એ તે સંખ્યાના એકમના અંકના વર્ગ સંખ્યાના એકમ જેટલો જ હોય છે.

❑ શૂન્યવાળી સંખ્યાઓનો વર્ગ

અહીં એક જ શૂન્ય છે.

$$\left.\begin{aligned} 10^2 &= 100 \\ 20^2 &= 400 \\ 80^2 &= 6400 \end{aligned}\right\}$$

અહીં બે શૂન્યો મળે છે.

અહીં બે શૂન્યો છે.

$$\left.\begin{aligned} 100^2 &= 10000 \\ 200^2 &= 40000 \\ 700^2 &= 490000 \\ 900^2 &= 810000 \end{aligned}\right\}$$

અહીં 4 શૂન્યો મળે છે.

❑ 5 વાળી સંખ્યાઓનો વર્ગ

$25^2 = 625 = (2 \times 3) \times \text{સો} + 25$

$35^2 = 1225 = (3 \times 4) \times \text{સો} + 25$

$75^2 = 5625 = (7 \times 8) \times \text{સો} + 25$

❑ ગુણાકાર કર્યા વિના વર્ગ શોધવાની રીત

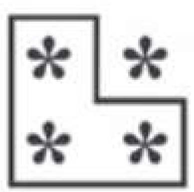
$$
\begin{aligned}
23^2 &= (20 + 3)^2 \\
&= (20 + 3)(20 + 3) \\
&= 20(20 + 3) + 3(20 + 3) \\
&= 20^2 + 20 \times 3 + 3 \times 20 + 3^2 \\
&= 400 + 60 + 60 + 9 \\
&= 529
\end{aligned}
$$

❑ ત્રિકોણીય સંખ્યાઓનો સરવાળો

એવી સંખ્યાઓ કે જેની બિંદુઓથી દર્શાવતી પેટર્નને ત્રિકોણ તરીકે ગોઠવી શકાય.

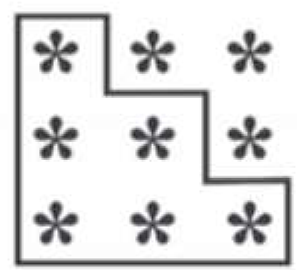
```
*        *        *         *          *
         **       **        **         **
                  ***       ***        ***
                            ****       ****
                                       *****

1        3        6         10         15
```



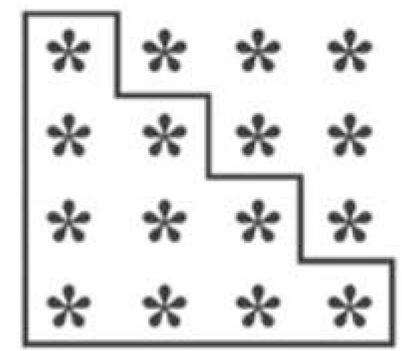
$1 + 3 = 4$

$= 2^2$



$3 + 6 = 9$

$= 3^2$



$6 + 10 = 16$

$= 4^2$

❑ બે વર્ગ સંખ્યાઓની વચ્ચેની સંખ્યાઓ

હવે આપણે બે ક્રમિક વર્ગ સંખ્યાઓને જોડતી રસપ્રદ પેટર્ન જોઈએ.

1 (= 1^2)

2, 3, 4 (= 2^2)

બે વર્ગ સંખ્યાઓ 1 અને 4ની વચ્ચે બે સંખ્યાઓ એવી મળે છે કે જે વર્ગ નથી.

5, 6, 7, 8, 9 (= 3^2)

બે વર્ગ સંખ્યાઓ 4 અને 9ની વચ્ચે ચાર સંખ્યાઓ એવી મળે છે કે જે વર્ગ નથી.

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 (= 4^2)

બે વર્ગ સંખ્યાઓ 9 અને 16ની વચ્ચે છ સંખ્યા એવી મળે છે કે જે વર્ગ નથી.

17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25 (= 5^2)

બે વર્ગ સંખ્યાઓ 16 અને 25ની વચ્ચે આઠ સંખ્યાઓ એવી મળે છે કે જે વર્ગ નથી.

n^2 અને $(n + 1)^2$ વચ્ચે પૂર્ણવર્ગ ન હોય તેવી સંખ્યાઓ $2n$ હોય.

❑ એકી સંખ્યાઓનો સરવાળો

1 [એક એકી સંખ્યા છે] $= 1 = 1^2$

$1 + 3$ [પ્રથમ બે એકી સંખ્યાઓનો સરવાળો] $= 4 = 2^2$

$1 + 3 + 5$ [પ્રથમ ત્રણ એકી સંખ્યાઓનો સરવાળો] $= 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7$ [...] $= 16 = 4^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9$ [...] $= 25 = 5^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$ [...] $= 36 = 6^2$

તેથી આપણે કહી શકીએ કે પ્રથમ n એકી સંખ્યાનો સરવાળો n^2 મળે.

❑ ક્રમિક પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો સરવાળો

આપણે કોઈપણ એકી સંખ્યાઓના વર્ગને બે ક્રમિક પૂર્ણાંક સંખ્યાઓના સરવાળા તરીકે રજૂ કરી શકીએ છીએ.

પ્રથમ સંખ્યા $\frac{3^2-1}{2}$

બીજી સંખ્યા $\frac{3^2+1}{2}$

$$3^2 = 9 = 4 + 5$$

$$5^2 = 25 = 12 + 13$$

$$7^2 = 49 = 24 + 25$$

$$9^2 = 81 = 40 + 41$$

$$11^2 = 121 = 60 + 61$$

$$15^2 = 225 = 112 + 113$$

❑ બે ક્રમિક એકી અથવા બેકી સંખ્યાઓનો ગુણાકાર

$$11 \times 13 = (12 - 1) \times (12 + 1) = 12^2 - 1$$

$$13 \times 15 = (14 - 1) \times (14 + 1) = 14^2 - 1$$

$$29 \times 31 = (30 - 1)(30 + 1) = 30^2 - 1$$

$$44 \times 46 = (45 - 1)(45 + 1) = 45^2 - 1$$

❑ પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓની રસપ્રદ તરાહો (પેટર્ન)

$1^2 = 1$

$11^2 = 1\ 2\ 1$

$111^2 = 1\ 2\ 3\ 2\ 1$

$1111^2 = 1\ 2\ 3\ 4\ 3\ 2\ 1$

$11111^2 = 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1$

$7^2 = 49$

$67^2 = 4489$

$667^2 = 444889$

$6667^2 = 44448889$

$66667^2 = 4444488889$

$666667^2 = 444444888889$