પ્રકરણ 5

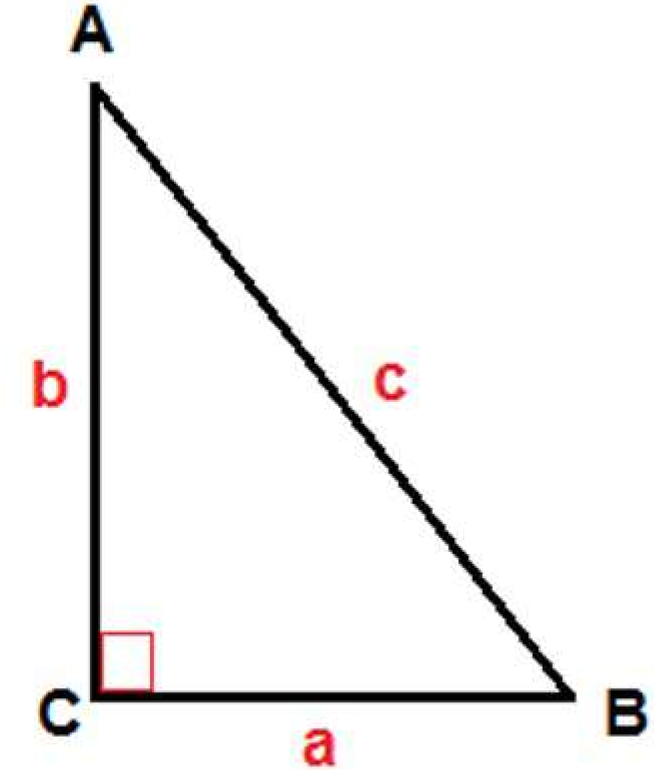
વર્ગ અને વર્ગમૂળ

Prepared By :- Mahesh Sir

❑ પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટીઓ

જો ત્રણ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ માટે, નાની બે સંખ્યાઓના વર્ગોનો સરવાળો ત્રીજી સૌથી મોટી સંખ્યાના વર્ગ બરાબર થાય, તો તે ત્રણ સંખ્યાઓના સમૂહને પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટી કહેવાય છે.

$$a^2 + b^2 = c^2$$



❑ પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટીના ઉદાહરણ

1. (3, 4, 5)
2. (5, 12, 13)
3. (6, 8, 10)
4. (8, 15, 17)

❑ પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટીનું વ્યાપક સ્વરૂપ

કોઈ પણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા $m > 1$, માટે જો $(2m)^2 + (m^2 - 1)^2 = (m^2 + 1)^2$ તો $2m$, $m^2 - 1$ અને $m^2 + 1$ એ પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટીનું વ્યાપક સ્વરૂપ છે.

❑ ઉદાહરણ

જે પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટીમાં એક સંખ્યા 3 હોય તેવી પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટી શોધો.

$m^2 - 1 = 3$

$m^2 = 3 + 1$

$m^2 = 4$

$m = 2$

$2m = 2 \times 2 = 4$

$m^2 + 1 = 2^2 + 1 = 5$

❑ વર્ગમૂળ

$1^2 = 1$	$\sqrt{1} = 1$
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$

$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$

❑ વર્ગમૂળ શોધવાની રીતો

❖ પુનરાવર્તીત બાદબાકીની મદદથી વર્ગમૂળ શોધવું

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 9^2 = 81$$

$\sqrt{81}$ માટે વિચારીએ તો,

(i) $81 - 1 = 80$	(ii) $80 - 3 = 77$	(iii) $77 - 5 = 72$
(iv) $72 - 7 = 65$	(v) $65 - 9 = 56$	(vi) $56 - 11 = 45$
(vii) $45 - 13 = 32$	(viii) $32 - 15 = 17$	(ix) $17 - 17 = 0$

$$\sqrt{81} = 9$$

❑ વર્ગમૂળ શોધવાની રીતો

❖ અવિભાજ્ય અવયવીકરણની મદદથી વર્ગમૂળ શોધવું

$$324 = \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3}$$

$$= 2^2 \times 3^2 \times 3^2$$

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$\sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3$$

$$= 18$$

❑ વર્ગમૂળ શોધવાની રીતો

❖ ભાગાકારની રીતે વર્ગમૂળ શોધવું

વર્ગમૂળ શોધો : (i) 729 (ii) 1296

(i)

	27
2	$\overline{7}\ \overline{29}$
	−4
47	329
	−329
	0

$$\sqrt{729} = 27$$

(ii)

	36
3	$\overline{12}\ \overline{96}$
	−9
66	396
	−396
	0

$$\sqrt{1296} = 36$$

❑ વર્ગમૂળ શોધવાની રીતો

❖ દશાંશ સંખ્યાઓનું વર્ગમૂળ (ભાગાકારની રીતે)

12.25નું વર્ગમૂળ શોધો.

	3.5
3	$\overline{12}.\overline{25}$
	-9
65	325
	-325
	0

$\therefore \sqrt{12.25} = 3.5$

1. પ્રત્યેક વિધાન સાચું બને એ રીતે ખાલી જગ્યા પૂરો :

(1) વર્ગમૂળ (Square Root) દર્શાવવાનો ગાણિતિક સંકેત (Symbol) ____________ છે.

(2) 6નો વર્ગ (Square) ____________ છે.

(3) 49નું વર્ગમૂળ ____________ છે.

(4) $\sqrt{121}$ = ____________

(5) 9^2 = ____________

(6) 15^2 અને 16^2 વચ્ચે પૂર્ણવર્ગ (Perfect Square) ન હોય તેવી કુલ ____________ સંખ્યાઓ છે.

(7) 6, 8 અને ____________ પાયથાગોરીઅન(Pythagorean)ની ત્રિપુટી છે.

(8) જેનો એકમનો (Units) અંક 1 છે તે સંખ્યાના વર્ગનો એકમનો અંક (Unit Digit) ____________ હોય.

1. પ્રત્યેક વિધાન સાચું બને એ રીતે ખાલી જગ્યા પૂરો :

(9) જેનો એકમનો અંક 2 છે તે સંખ્યાના વર્ગનો એકમનો અંક ____________ હોય.

(10) જેનો એકમનો અંક 3 છે તે સંખ્યાના વર્ગનો એકમનો અંક ____________ હોય.

(11) 8ને નાનામાં નાની સંખ્યા (Smallest Number) ____________ વડે ગુણતાં ગુણાકાર પૂર્ણવર્ગ થાય.

(12) 18ને નાનામાં નાની સંખ્યા ____________ વડે ભાગતાં ભાગાકાર પૂર્ણવર્ગ થાય.

(13) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = (__________)^2$

(14) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + __________ = (6)^2$

(15) $60 + 61 = (__________)^2$

(16) 79ના વર્ગનો એકમનો અંક ____________ છે.

1. પ્રત્યેક વિધાન સાચું બને એ રીતે ખાલી જગ્યા પૂરો :

(17) 85ના વર્ગનો એકમનો અંક ________ છે.

(18) પહેલી 10 એકી સંખ્યાઓ(Odd Numbers)નો સરવાળો ________ છે.

(19) પાયથાગોરીઅનની ત્રિપુટી(Pythagorean Triplet)ની બે સંખ્યાઓ 8 અને 17 છે, તો ત્રીજી સંખ્યા ________ છે.

(20) 2.25નું વર્ગમૂળ ________ છે.

(21) 50 અને 70ની વચ્ચેની પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા ________ છે.

(22) $4^2 + 5^2 + 20^2 = (________)^2$

(23) 1225ના વર્ગમૂળની સંખ્યામાં ________ અંકો (Digits) હોય.

(24) 36864ના વર્ગમૂળની સંખ્યામાં ________ અંકો હોય.

2. કૌંસમાં આપેલા વિકલ્પોમાંથી સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો:

(1) $12^2 =$ __________ (24, 6, 144)

(2) $\sqrt{225} =$ __________ (25, 15, 35)

(3) 16 એ __________ નો વર્ગ છે. (8, 4, 256)

(4) 64નું વર્ગમૂળ __________ છે. (32, 16, 8)

(5) $4^2 - 1^2 =$ __________ (3, 25, 15)

(6) જેનો એકમનો અંક 4 છે તે સંખ્યાના વર્ગનો એકમનો અંક __________ છે. (4, 8, 6)

(7) જેનો એકમનો અંક 5 છે તે સંખ્યાના વર્ગનો એકમનો અંક __________ છે. (5, 0, 3)

(8) જેનો એકમનો અંક 6 છે તે સંખ્યાના વર્ગનો એકમનો અંક __________ છે. (3, 2, 6)

(9) 12ને નાનામાં નાની સંખ્યા __________ વડે ગુણતાં ગુણાકાર પૂર્ણવર્ગ બને. (2, 3, 4)

2. કૌંસમાં આપેલા વિકલ્પોમાંથી સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરો:

(10) 72ને નાનામાં નાની સંખ્યા ________ વડે ભાગતાં ભાગાકાર પૂર્ણવર્ગ બને. *(2, 3, 4)*

(11) $112 + 113 = (________)^2$ *(115, 15, 25)*

(12) $35^2 =$ ________ *(625, 1225, 1625)*

(13) 81ના વર્ગમૂળનો એકમનો અંક ________ છે. *(3, 9, 1)*

(14) 169ના વર્ગમૂળનો એકમનો અંક ________ છે. *(1, 3, 9)*

(15) જેનો એકમનો અંક ________ હોય તે પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા ન હોય. *(2, 4, 6)*

(16) જેનો એકમનો અંક ________ હોય તે પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા ન હોય. *(3, 4, 5)*

(17) 3.61નું વર્ગમૂળ ________ છે. *(1.7, 1.9, 2.1)*

3. નીચેના દરેક પ્રશ્નના જવાબ માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી સાચો વિકલ્પ શોધી, તેનો ક્રમ-અક્ષર પ્રશ્નની સામે આપેલા ☐ માં લખો :

(1) 16^2 અને 17^2ની વચ્ચે ________ સંખ્યાઓ છે. ☐

A. 16 B. 17 C. 256 D. 32

(2) પાયથાગોરીઅનની ત્રિપુટીની બે સંખ્યાઓ 12 અને 13 છે, તો ત્રીજી સંખ્યા ________ છે. ☐

A. 14 B. 11 C. 5 D. 10

(3) $8^2 + (______)^2 = 80$ ☐

A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

(4) $\sqrt{400}$ = ________ ☐

A. 20 B. 40 C. 160 D. 80

(5) $\sqrt{2.56}$ = ________ ☐

A. 0.16 B. 2.7 C. 1.2 D. 1.6

3. નીચેના દરેક પ્રશ્નના જવાબ માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી સાચો વિકલ્પ શોધી, તેનો ક્રમ-અક્ષર પ્રશ્નની સામે આપેલા ☐ માં લખો :

(6) જેનો એકમનો અંક 7 હોય તે સંખ્યાના વર્ગનો એકમનો અંક ________ છે. ☐

A. 7 B. 9 C. 3 D. 4

(7) જેનો એકમનો અંક 8 હોય તે સંખ્યાના વર્ગનો એકમનો અંક ________ છે. ☐

A. 4 B. 8 C. 2 D. 6

(8) જેનો એકમનો અંક 9 હોય તે સંખ્યાના વર્ગનો એકમનો અંક ________ છે. ☐

A. 9 B. 3 C. 1 D. 4

(9) 81ના વર્ગમૂળનું વર્ગમૂળ ________ છે. ☐

A. 4 B. 9 C. 3 D. 2

(10) 4ના વર્ગનો વર્ગ ________ છે. ☐

A. 2 B. 8 C. 16 D. 256

3. નીચેના દરેક પ્રશ્નના જવાબ માટે આપેલા વિકલ્પોમાંથી સાચો વિકલ્પ શોધી, તેનો ક્રમ-અક્ષર પ્રશ્નની સામે આપેલા ☐ માં લખો :

(11) 324નું વર્ગમૂળ ________ છે. ☐

A. 18　B. 28　C. 14　D. 162

(12) 98ને નાનામાં નાની સંખ્યા ________ વડે ભાગતાં ભાગાકાર પૂર્ણવર્ગ બને. ☐

A. 3　B. 4　C. 2　D. 8

(13) 32ને નાનામાં નાની સંખ્યા ________ વડે ગુણતાં ગુણાકાર પૂર્ણવર્ગ બને. ☐

A. 4　B. 3　C. 5　D. 2

(14) જેનો એકમનો અંક ________ હોય તે સંખ્યા પૂર્ણવર્ગ ન હોય. ☐

A. 1　B. 6　C. 7　D. 4

4. નીચેનાં વિધાનો ખરાં છે કે ખોટાં તે લખો :

(1) 4000 એ પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા છે. ____________

(2) 2700 એ પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા નથી. ____________

(3) જેનો એકમનો અંક 2 હોય તે સંખ્યા પૂર્ણવર્ગ ન હોય. ____________

(4) સંખ્યાના એકમ, દશક અને શતકના સ્થાનમાં શૂન્ય હોય અને હજારના સ્થાનમાં શૂન્ય ન હોય, તે સંખ્યા પૂર્ણવર્ગ ન હોય. ____________

(5) 9^2નું વર્ગમૂળ 3 છે. ____________

(6) 1000નું વર્ગમૂળ 10 છે. ____________

4. નીચેનાં વિધાનો ખરાં છે કે ખોટાં તે લખો :

(7) $180 + 181 = 19^2$ ______

(8) 64000નું વર્ગમૂળ 800 છે. ______

(9) 84ના વર્ગની સંખ્યાના એકમનો અંક 4 છે. ______

(10) 121 અને 144ની વચ્ચે એક પણ પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા નથી. ______

(11) 16ના વર્ગમૂળનું વર્ગમૂળ 2 છે. ______

(12) પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટીની બે સંખ્યાઓ 12 અને 13 છે, તો ત્રીજી સંખ્યા 14 હોય. ______

4. નીચેનાં વિધાનો ખરાં છે કે ખોટાં તે લખો :

(13) જેનો એકમનો અંક 0 હોય તે સંખ્યાના વર્ગ સંખ્યાના એકમ અને દશક બંને શૂન્ય હોય. ____________

(14) પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાનો એકમનો અંક 8 ન જ હોય. ____________

(15) એકી સંખ્યાનો વર્ગ બેકી (Even) સંખ્યા હોઈ શકે. ____________

(16) બેકી સંખ્યાનો વર્ગ એકી સંખ્યા હોઈ શકે. ____________

(17) પહેલી n એકી સંખ્યાઓનો સરવાળો n^2 હોય. ____________

5. નીચેની સંખ્યાઓના વર્ગ કરતાં મળતી સંખ્યાનો એકમનો અંક લખો:

(1) 52 – ______ (2) 73 – ______ (3) 87 – ______ (4) 56 – ______

(5) 95 – ______ (6) 39 – ______ (7) 84 – ______ (8) 38 – ______

6. નીચેની સંખ્યાઓમાં જે સંખ્યા પૂર્ણવર્ગ હોવાની શક્યતા હોય, તેની સામે √ અને જે પૂર્ણવર્ગ ન હોય તેની સામે X કરો :

(1) 6561 ( )	(2) 1089 ( )	(3) 4000 ( )	(4) 3136 ( )
(5) 841 ( )	(6) 1024 ( )	(7) 1156 ( )	(8) 8100 ( )
(9) 784 ( )	(10) 4489 ( )	(11) 2025 ( )	(12) 4568 ( )
(13) 3452 ( )	(14) 5963 ( )	(15) 1557 ( )	(16) 9000 ( )